Interrogation n°8 – sujet A
MP
lundi 8 décembre 2025

Nom et prénom / Note et commentaires :

---

question 1
Énoncer le théorème de transmission de continuité et le théorème de dérivation terme à terme (classe $\mathcal{C}^1$) pour une série de fonctions $\sum f_n$ avec $f_n : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{K}$.

question 2 $f_n(x) = \frac{e^{-nx}}{n}$ pour $n \in \mathbb{N}^*$ et $x > 0$.

1. Suite. Montrer que la suite de fonctions (f_n) converge simplement sur $]0, +\infty[$ vers une fonction à préciser. Montrer que la convergence est uniforme.
2. Série.
   (a) Montrer que la série de fonctions $\sum f_n$ converge simplement sur $]0, +\infty[$.
   On pose $S(x) = \sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{-nx}}{n}$.
   (b) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} S(x) = 0$.

Interrogation n°8 – sujet B
MP
lundi 8 décembre 2025

Nom et prénom / Note et commentaires :

---

question 1
Énoncer le théorème de transmission de continuité et le théorème de double-limite, pour une suite de fonctions $f_n : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{K}$.

question 2 Pour $n \in \mathbb{N}^*$ et $x > 0$, on pose $g_n(x) = \frac{1}{1+n^2x^2}$.

1. Suite. Montrer que la suite de fonctions (g_n) converge simplement sur $]0, +\infty[$ vers une fonction à préciser. Montrer que la convergence n'est pas uniforme.
2. Série.
   (a) Montrer que la série de fonctions $\sum g_n$ converge simplement sur $I = [1, 10]$. On pose $S(x) = \sum\limits_{n=1}^{+\infty} g_n(x)$.
   (b) Montrer que S est dérivable sur $[1, 10]$ et calculer $S'(x)$.
