

Modalités Oraux de maths – filière MP – session 2024

CCINP/ Enac contrôleur / Ecole de l’Air

L'épreuve orale de mathématiques du CCINP, filière MP et filière MPI, se déroule de la manière suivante :

_ 25mn de préparation sur table.

_ 25mn de passage à l'oral.

Chaque sujet proposé est constitué de deux exercices :

_ un exercice sur 8 points issu de la banque publique accessible sur le site

<https://www.concours-commun-inp.fr/fr/index.html>

_ un exercice sur 12 points.

Les deux exercices proposés portent sur des domaines différents.

Concours Polytech

Pas d'oral de maths (seule épreuve : TIPE).

Centrale

Deux épreuves : maths (30 minutes) et maths-informatique (30 minutes).

Arts et métiers

Une épreuve : maths-informatique (30 minutes).

ENSEA

Les grands admissibles sont dispensés d'oral.

Les admissibles ont un oral de maths. Le TIPE compte comme bonus.

Navale

Il y a 2 épreuves de maths, chacune d'une durée inférieure ou égale à 1 heure, sur le programme des 2 années, avec possibilité d'avoir à manipuler Python.

Petites Mines-Telecom

Durée de 30 minutes sans préparation.

Résolution, sans préparation, de deux exercices portant sur des parties différentes de l'ensemble des programmes de première et de deuxième années.

L'épreuve orale consiste en la résolution sans préparation de deux exercices portant sur des parties différentes du programme. Soulignons pour commencer que le programme est celui des deux années des classes préparatoires de la filière du candidat. Certains candidats ont clairement pensé que l'interrogation ne porterait que sur le programme de deuxième année, ce qui peut donner une prestation catastrophique.

Les candidats admissibles avaient été sélectionnés à partir des épreuves écrites du Concours Commun Mines-Ponts, le niveau moyen était bon. Même si l'écart entre les meilleurs et les plus faibles reste important, il s'est resserré cette année et il y avait peu de candidats qui n'étaient pas du tout au niveau.

Statistiques

FILIÈRE	NB CANDIDATS	MOYENNE	ECART-TYPE
MP	1666	11,90	3,316
MPI	253	11,66	2,990
PC	1087	12,04	3,170
PSI	1344	11,95	3,201
PT	550	11,86	3,631

Déroulement de l'épreuve

En entrant dans la salle d'interrogation, le candidat remet à l'examineur sa convocation, une pièce d'identité et la feuille d'émargement des examinateurs. Il est souhaitable que ces documents soient prêts à l'avance, tout temps passé à rechercher l'un d'entre eux au fond d'un sac va raccourcir le temps de l'interrogation.

Après ces formalités, soit le candidat tire un sujet au sort, soit reçoit un sujet de l'examineur. Tous les sujets comprennent deux exercices, et les candidats peuvent commencer par l'exercice de leur choix. Il y a donc une décision à prendre, pour cela l'examineur laissera quelques minutes de réflexion avant de commencer l'oral proprement dit.

Il est souhaitable que le candidat se décide assez rapidement et informe clairement l'examineur par quel exercice il commence. On peut penser qu'il est préférable de commencer par la partie qu'on maîtrise le mieux, mais il faut être conscient que les deux exercices seront abordés pendant l'épreuve, pas forcément pendant la même durée.

L'épreuve orale ne doit pas être un écrit debout et a pour but de tester, bien évidemment les connaissances en mathématiques et la capacité à les mettre en œuvre, mais aussi, voire surtout, la capacité de dialogue, d'écoute et de compréhension des remarques et indications de

l'examineur. Le candidat doit veiller à adopter une attitude qui favorise l'interaction, il est fortement déconseillé par exemple de rester face au tableau, le dos tourné à l'examineur. Il est aussi souhaitable d'éviter les attitudes négatives, par exemple en répétant "Je ne sais pas". Il faut bien sûr éviter les propositions de solutions toutes faites, données au hasard, sans savoir justifier leur mise en œuvre. Mais rester silencieux ou avouer son incompetence en espérant obtenir des indications de la part de l'examineur est un comportement sanctionné au niveau de la note.

On attend donc que le candidat se montre sous son meilleur jour. Pour cela, il devra :

- Bien cerner et comprendre les exercices proposés
- Envisager une ou plusieurs méthodes puis choisir la plus appropriée avant de se lancer dans la résolution du problème étudié.
- Expliquer sa démarche à l'examineur.
- Être capable de modifier sa stratégie si celle envisagée initialement s'avère inadaptée.
- Justifier les affirmations avancées et donner des énoncés corrects et précis des théorèmes de cours utilisés.

Notation

La notation se fait sur un ensemble de critères et non sur la seule connaissance du cours, même si cela reste un point important. Il n'est pas nécessaire de terminer les deux exercices pour avoir une bonne note. Il faut surtout être réactif, savoir prendre des initiatives, mais aussi changer de stratégie si cela est conseillé, le pire défaut est de s'obstiner dans une voie qui conduit à une impasse en restant sourd aux remarques et indications. Un autre travers est de rester trop longtemps silencieux, on attend des candidats un certain dynamisme. Il faut également faire attention à l'organisation du tableau, il est quand même regrettable qu'après deux, voire trois, années de préparation, on voit encore des calculs éparpillés aux quatre coins du tableau. Certains candidats ont été surpris que l'examineur leur demande de refaire une démonstration, parce qu'ils pensaient qu'elle était correcte, il n'en était bien évidemment rien.

Remarques générales d'ordre mathématiques

Le cours de première année est souvent très mal connu, par exemple celui sur les nombres complexes et la trigonométrie. Les équivalents et les développements limités sont mal maîtrisés chez certains candidats. Des examinateurs ont relevé cette année des lacunes sur le théorème du rang et plusieurs points du cours d'algèbre linéaire de première année, même des questions très simples restent parfois sans réponse. De nombreux candidats ne savent pas leur cours ou l'énoncent de façon imprécise ou incomplète. D'une façon générale, on regrette un manque de rigueur dans la résolution des exercices.

Le cours de probabilités, surtout celui de deuxième année, avec une mention particulière pour la formule des probabilités totales et les systèmes complets d'événements, a parfois fait l'objet d'une impasse pure et simple.

En filière MP, les performances sur les exercices d'arithmétiques sont souvent très moyennes.

L'algèbre linéaire reste un domaine difficile. Pour certains cela se résume à des recettes de cuisine appliquées sans le moindre recul : par exemple, utiliser systématiquement le polynôme caractéristique pour déterminer les valeurs propres d'une matrice qui est visiblement de rang 1. Les calculs de déterminants, plus précisément de polynômes caractéristiques, ont souvent été menés de façon maladroite, avec des erreurs de calculs. Des opérations sur les lignes ou colonnes

permettaient d'avoir rapidement le résultat. Peu de candidats ont pensé à effectuer de petits calculs sur les colonnes pour obtenir directement des valeurs propres et vecteurs propres associées d'une matrice, ce qui était possible dans certains exercices ou à relier le fait que, pour un scalaire λ , la matrice $A - \lambda I_n$ n'est pas inversible si et seulement si λ est valeur propre de la matrice A . Même quand elle est guidée, la notion de changement de bases pose de gros problèmes.

En algèbre bilinéaire, les notions de projections orthogonales, symétrie orthogonale ne sont pas assez maîtrisées, il y a beaucoup de lacunes sur ces points. Plusieurs candidats ne savent pas illustrer par une figure ces applications. Le calcul d'une distance à un sous-espace vectoriel s'avère très difficile (voir infaisable) à mettre en œuvre lorsque l'on est déjà capable de reconnaître que l'on est en présence d'un problème de ce type!

Les théorèmes importants sur les intégrales dépendantes d'un paramètre sont en général bien connus, mais des difficultés techniques restent souvent insurmontables au niveau de la vérification des hypothèses. Par exemple la convergence d'une intégrale qui résulte d'un prolongement par continuité de la fonction intégrée peut donner lieu à des complications étonnantes, on retrouve là une lacune du cours de première année, à laquelle on peut ajouter des difficultés dans l'utilisation des équivalents et des développements limités.

On observe aussi souvent une confusion entre le passage à la limite dans les inégalités et le théorème d'encadrement, aussi bien pour les fonctions que pour les suites : dans le premier cas l'existence de la limite est dans les hypothèses et le résultat est la valeur de la limite, dans le second cas l'existence de la limite est dans la conclusion, avec, en plus, sa valeur.

On rencontre toujours de très nombreux étudiants qui sont incapables de trouver un rayon de convergence d'une série entière lorsque la règle de d'Alembert ne s'applique pas.

Les performances en logique sont souvent décevantes, on pourrait donner une longue liste des réponses farfelues données pour la négation d'une implication.

Les notions élémentaires en calcul différentiel sont souvent mal connues, en particulier, les notions de limites, de continuité des fonctions de plusieurs variables sont très mal traitées, il en est de même pour la règle de la chaîne.

La géométrie a quasiment disparu des programmes de MP, PC et PSI et pour les candidats de ces séries elle a complètement disparu, au point que certains sont incapables de déterminer une équation de droite. En revanche, en filière PT les performances sont en général correctes, notamment en ce qui concerne l'étude des coniques, même si quelques candidats semblaient avoir fait une impasse sur les surfaces.



Remarques spécifiques liées aux nouveaux programmes :

Les modifications des programmes de mathématiques ont légèrement impacté les questions posées, voici les bons et les mauvais points que l'on a rencontrés :

En MP, les étudiants savent, en général aborder un exercice portant sur les normes triples, déterminer la continuité de l'application linéaire et obtenir sa norme triple. Il en est de même de l'adjoint dont la définition et les principales propriétés sont connues. Le fait de travailler sur la demi-droite achevée $\mathbb{R}^+ \cup \{+\infty\}$ pour justifier la sommabilité d'une famille de réels positifs puis pour sommer par paquets a aidé les candidats.

La matrice Hessienne et son utilisation sont connues et appréciée et, en général, correctement maîtrisées.

Un point du programme qui est passé sous les radars est le théorème d'intégration termes à termes dans le cas des fonctions positives qui donne une caractérisation entre l'intégrabilité de la fonction considérée et la série des intégrales de la suite de fonctions associée.

Concernant la filière MPI, les examinateurs n'ont pas remarqué de différence significative avec la filière MP, le niveau est similaire avec, peut-être, un niveau d'abstraction plus important.

Conseils aux candidats pour la session 2024



On peut conseiller aux candidats :

- D'avoir des idées très claires sur les grands théorèmes du programme sachant qu'ils devront les utiliser sans préparation. On attend qu'ils en connaissent parfaitement les hypothèses et qu'ils les vérifient : appliquer un théorème de mathématiques ne se réduit pas à citer le nom du théorème (ou d'un mathématicien) mais à vérifier des hypothèses et à en déduire des conclusions.
- De s'habituer (par exemple en colle) à un oral qui soit un dialogue et pas un monologue, il est regrettable que dans certains cas extrêmes l'examineur doive rappeler sa présence.
- D'être honnête, en évitant par exemple de détourner des indications en laissant croire que c'est ce qu'ils avaient dit, en évitant aussi d'essayer de convaincre l'examineur que ce qu'ils ont fait est "presque juste" ou d'affirmer péremptoirement des résultats qu'ils ne savent pas démontrer.
- D'éviter les erreurs de langage ou langage trop familier, par exemple, ne pas confondre la fonction et la valeur prise par cette fonction, de commencer presque toutes ses phrases par « du coup », ainsi que d'abuser des abréviations (IPP, TVI, TSSA, etc.).
- De bien lire les énoncés des exercices, surtout si l'examineur le lui conseille, parce qu'il n'a pas remarqué une information importante.

Mines

1/ remarques générales

L'objectif de l'épreuve orale de Mathématiques est de permettre à chaque candidat d'exprimer ses qualités. Sont principalement évaluées la maîtrise des différentes notions au programme, la capacité à élaborer seul un raisonnement, la capacité à argumenter et à critiquer, la prise d'initiative, sans oublier la qualité de la communication orale. Le jury souhaite souligner le bon niveau global des admissibles au CCMP en 2023, et retire une bonne impression de ces quatre semaines d'oral. De nombreux candidats sont excellents et bien préparés à l'épreuve. La plupart d'entre eux se montrent motivés, capables de prendre des initiatives et d'exploiter les indications de l'examineur. Seule une petite minorité propose un oral insuffisant. Dans une grande majorité, les candidats possèdent de solides connaissances, sont capables d'initiative face à des exercices originaux et s'emploient à échanger avec l'examineur.

On les félicite, convaincu qu'ils ont toutes les aptitudes pour poursuivre avec profit leur formation scientifique. Le jury a apprécié la courtoisie des candidats et la qualité des échanges au cours de ce qui demeure un moment de mathématiques, au-delà du concours et de son stress.

Nous rappelons que l'évaluation se fait sur le programme des deux années de préparation. Les qualités attendues se développent par un travail régulier et en profondeur. Enfin, nous recommandons aux candidats de lire les précédents rapports où ils trouveront d'autres conseils pour améliorer leur préparation.

On note parfois une difficulté à lire l'énoncé donné en préparation ou à utiliser les hypothèses données dans l'énoncé. Prendre le temps de lire l'énoncé et d'observer et comprendre les objets proposés fait partie de l'exercice. Très souvent, l'énoncé propose des objets mathématiques dont l'existence n'est pas évidente (par exemple, une intégrale, la somme d'une série, une borne supérieure, le terme général d'une suite, etc.). Il est frappant de constater que la question de l'existence des objets ne semble même pas effleurer certains candidats, alors même qu'étudier l'existence permet souvent de mieux appréhender les objets et d'entrer plus efficacement dans l'exercice. De manière générale, s'assurer de l'existence des objets est nécessaire avant de les manipuler, par exemple avant d'écrire des inégalités.

Même si l'oral de Mathématiques reste un exercice difficile, l'objectif est non pas de piéger les candidats à travers des calculs fastidieux, mais bien de révéler la capacité à la prise de recul vis-à-vis d'une situation donnée. Le candidat sera évalué sur sa faculté d'analyse et à la façon dont il pourra tirer parti de ses connaissances pour proposer une réflexion adaptée.

2/ Epreuve de maths

Cette épreuve dure entre 1h05 et 1h15. Le candidat sera évalué sur (au moins) deux exercices portant sur des domaines différents (algèbre, analyse et probabilités) des programmes de première année et de deuxième année. Pour le premier exercice, le candidat dispose d'un temps de préparation sur table de 15 minutes. Ce dernier et l'examineur échangeront ensuite pendant un temps d'environ 50 minutes à 1h. D'abord à propos de l'exercice préparé puis à propos d'un second qui sera traité sans préparation. L'examineur décide du temps consacré à chaque exercice en fonction de la prestation du candidat, et ce toujours dans son intérêt. L'évaluation portera, entre autres, sur :

- la maîtrise et la compréhension des notions mathématiques au programme,
- la capacité à proposer des pistes de résolution, les explorer et les critiquer si nécessaire,
- la capacité à élaborer une solution structurée et argumentée,
- la capacité à rebondir sur les indications de l'examineur.

Remarques sur la session 2023 et conseils aux futurs candidats

Comme l'an dernier, le jury constate que les candidats sont bien préparés et sont globalement de bon niveau.

La majorité d'entre eux propose un oral très satisfaisant, se montrant capable d'adopter une réelle démarche mathématique et - réfléchissant à haute voix - de mettre en œuvre une véritable stratégie pour résoudre l'exercice proposé. Le jury tient à saluer l'excellent travail mené par les admissibles au CCMP durant ces deux années de préparation.

Les candidats qui ont résolu une ou plusieurs questions lors de la préparation doivent l'annoncer au début de l'échange. Il en est de même sur ce qu'ils vont engager (il est inutile de commencer l'oral par décrire

l'exercice au début pendant des minutes gâchées). Une recopie linéaire et sans explication de calculs plus ou moins bien menés sur le brouillon sera pénalisée.

Ils doivent également intégrer le fait d'être interrompus par l'examineur qui demande une précision ou une clarification et ne doivent pas être déstabilisés. Le jury attend un juste équilibre entre argumentations orales et traces écrites du raisonnement. Sans l'emploi d'un minimum de quantificateurs lors de l'exposé d'une résolution, le candidat prend le risque de se perdre lui-même. Par exemple, sans expliciter qu'une propriété est vraie pour « tout x réel », il est difficile de penser à spécifier ce « x » pour obtenir la réponse à la question suivante.

Une bonne gestion du tableau, la capacité à s'exprimer clairement et avec précision seront appréciés (quand on veut dire « ...va être... » on ne prononce pas « ...vatêtre... »). Le soin, la qualité de la rédaction (même succincte) et de l'orthographe, la communication avec l'examineur (notamment la prise en compte des indications) sont nécessairement pris en compte dans l'évaluation. Tout résultat au programme invoqué sera précédé de la vérification précise de toutes les hypothèses. Les quelques candidats négligeant cette phase sont systématiquement pénalisés.

De même, la seule évocation de noms de mathématiciens glorieux ne saurait faire office d'argumentations. Les expressions « par Riemann, l'intégrale converge », « par d'Alembert, la série diverge », « par Gauss, il y a des racines », « par Cauchy- Lipschitz, la solution est unique », sont à proscrire. Enfin, les rares candidats qui ne connaissent pas les définitions ou le cours sont lourdement sanctionnés.

Si l'utilisation d'un chronomètre lors de la phase de préparation est légitime et remplace l'usage d'une montre, le chronométrage de l'interrogation elle-même est du plus mauvais effet.

Analyse des difficultés

1 Analyse.

Les erreurs de calculs ou lors de manipulation d'égalités / inégalités, les oublis concernant les signes et les valeurs absolues sont trop fréquents. Ils invalident de nombreuses preuves. Même si leur correction est rapide au tableau, ces points ne doivent pas être considérés comme mineurs.

Savoir majorer une expression est fondamental. Trop de candidats ne savent pas établir une majoration par étapes successives ou par réduction à une inégalité plus simple et essaient systématiquement de « deviner » des majorations complexes, y compris lors de confinements de paramètres (intégrales paramétriques, convergence uniforme). Cela échoue presque toujours.

Les développements limités ou asymptotiques ne sont pas traités avec suffisamment de rigueur : oubli de o , utilisation abusive des équivalents, refuser une translation pour se ramener à une étude en 0 . De même, les formules de Taylor comportent très souvent des erreurs. C'est d'autant plus regrettable que leur validité peut être facilement testée sur des petites valeurs de n . En particulier, la formule de Taylor avec reste intégrale est à consolider.

Les candidats oublient trop souvent de faire appel au lien entre dérivée et intégrale (théorème fondamental de l'analyse) ou à l'inégalité des accroissements finis dans les applications. Ils préfèrent passer par un développement limité qui s'avère inapproprié pour le problème étudié. Les hypothèses de positivité (théorèmes de comparaison, familles sommables, etc . . .) sont presque toujours oubliées.

Le théorème d'interversion terme à terme est un critère suffisant, non nécessaire. Lorsqu'il ne s'applique pas, il faut être en mesure de proposer une alternative et l'exploiter. Les techniques de comparaison d'une série avec une intégrale sont parfois mal maîtrisées. Aucun des candidats confrontés à une interversion série-intégrale pour des fonctions positives ne connaissait le théorème très simple dans ce cas, rajouté dans les nouveaux programmes de cette année.

Beaucoup de candidats n'ont pas su étudier la convergence d'une intégrale dont l'intégrande comportait une fonction périodique en découpant le domaine d'intégration pour se ramener à l'étude d'une série.

Le calcul différentiel reste le domaine le moins bien maîtrisé. Même si le jury note une aisance plus grande (mais toujours insuffisante) dans l'utilisation de la règle de la chaîne, les autres concepts comme le gradient ou la différentielle sont incompris. Toute question sur le calcul de dérivées partielles (avec changement de variables) est une catastrophe annoncée ; la résolution d'équations aux dérivées partielles par changement de variables est classique, mais nécessite beaucoup de rigueur. Un raisonnement par analyse-synthèse est en effet nécessaire.

Un point critique n'est pas forcément un extrema pour la fonction (faire attention en particulier à la nature du domaine de définition de la fonction). La non-existence d'extrema globaux pour une fonction à plusieurs variables ne nécessite pas toujours la recherche des points critiques.

Enfin, le théorème de Schwarz peut être très utile pour montrer qu'une fonction n'est pas de classe C^2 .

2 Algèbre linéaire et bilinéaire.

Les candidats doivent connaître les deux formes du théorème spectral, matricielle et géométrique. La seconde (via l'utilisation d'une base orthonormée adaptée) est indispensable pour la résolution de certains exercices.

La difficulté à exprimer la distance entre un vecteur et un sous-espace d'un espace euclidien révèle la faible vision géométrique des candidats. Elle mérite d'être développée.

La factorisation des polynômes dans $\mathbb{R}[X]$ n'est absolument pas maîtrisée. Beaucoup de candidats (re)découvrent qu'un projecteur orthogonal est un endomorphisme auto-adjoint et certains en font même un élément du groupe orthogonal !

La densité du groupe linéaire dans l'ensemble des matrices carrées est brandie comme argument universel permettant de prolonger n'importe quel résultat - y compris ceux faisant intervenir l'inverse - à toutes les matrices.

Les candidats savent que l'ensemble des polynômes annulateurs d'une matrice est un idéal mais ne savent pas comment mettre à profit cette structure.

La stabilité des sous-espaces caractéristiques n'est pas aussi connue que celle des sous-espaces propres. La formule du déterminant de Vandermonde est à consolider. La notion de norme triple est mal maîtrisée. Le cours sur l'exponentielle d'une matrice n'est pas bien exploité ; la relation sur les exponentielles de matrices semblables est systématiquement reprise.

3 Probabilités.

Les résultats théoriques liés aux séries génératrices sont assez mal connus, en particulier celui lié aux sommes de variables indépendantes.

Il est indispensable de raisonner en termes d'événements avant de se lancer dans des calculs de probabilités. Il s'agit par exemple d'utiliser une partition pour obtenir une somme finie, une sigma-additivité pour une somme de série, une indépendance pour obtenir un produit, etc. Ces étapes sont en particulier cruciales lorsqu'il s'agit de justifier le passage à la limite dans le calcul d'une probabilité faisant intervenir une suite d'événements. Ces arguments doivent être clairement explicités. La plupart des candidats doivent progresser sur ce point.

4 Généralités et recommandations.

Les nouveautés du programme : Hessienne, matrices symétriques positives sont souvent bien maîtrisées à l'exception du théorème d'optimisation sous contrainte. Les récurrences doivent être un minimum soignées, l'énoncé de la propriété étant indispensable.

Les raisonnements par analyse-synthèse doivent être mieux rédigés.

Le hors-programme utilisé par le candidat est à proscrire, ou du moins à évoquer avec grande prudence.

Les exercices ne sont pas tous du même niveau même si un exercice peut être surprenant sans être pour autant difficile. Cependant, la façon de conduire l'interrogation et de l'évaluer intègrent la difficulté de l'exercice. En particulier, on donne beaucoup plus d'indications sans grandes conséquences sur la note si l'exercice est difficile. De plus, il est normal de confronter les futurs ingénieurs à des nouveautés : pour appliquer des procédés bien rodés il y a des techniciens, on va chercher les ingénieurs pour les situations nouvelles et les innovations.

Conclusion L'oral est une épreuve longue et il convient de poser les raisonnements sans se précipiter. L'examineur ne s'attend pas à ce que le candidat résolve l'exercice d'une seule traite mais qu'il explore des pistes, envisage des cas particuliers et tente d'extrapoler ses résultats dans les cas plus généraux.
