

Interrogation n°4 – sujet A MP

lundi 30 septembre 2024



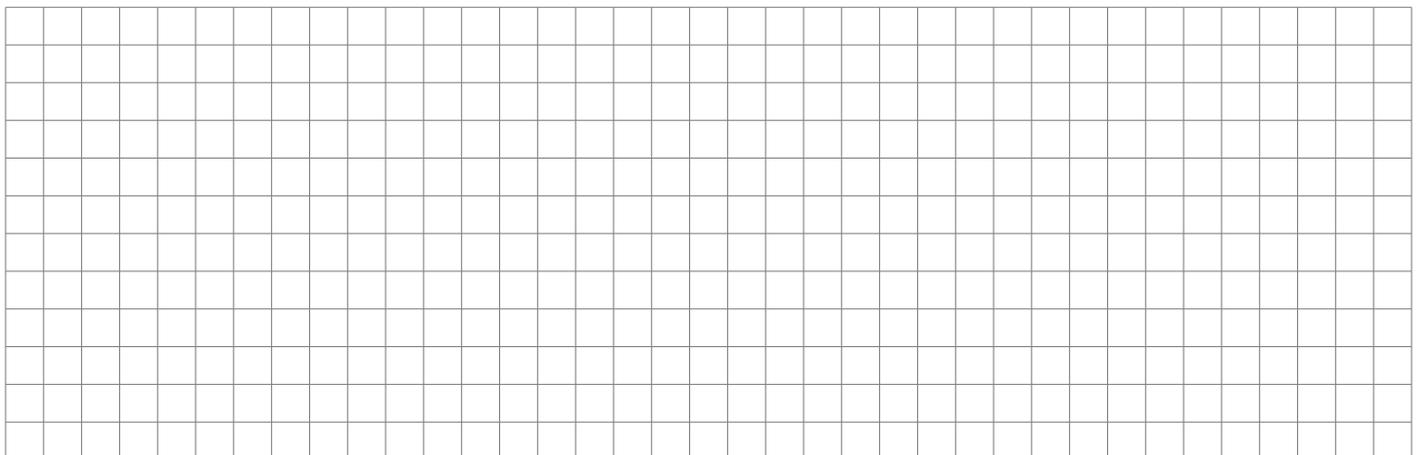
Nom et prénom / Note et commentaires :

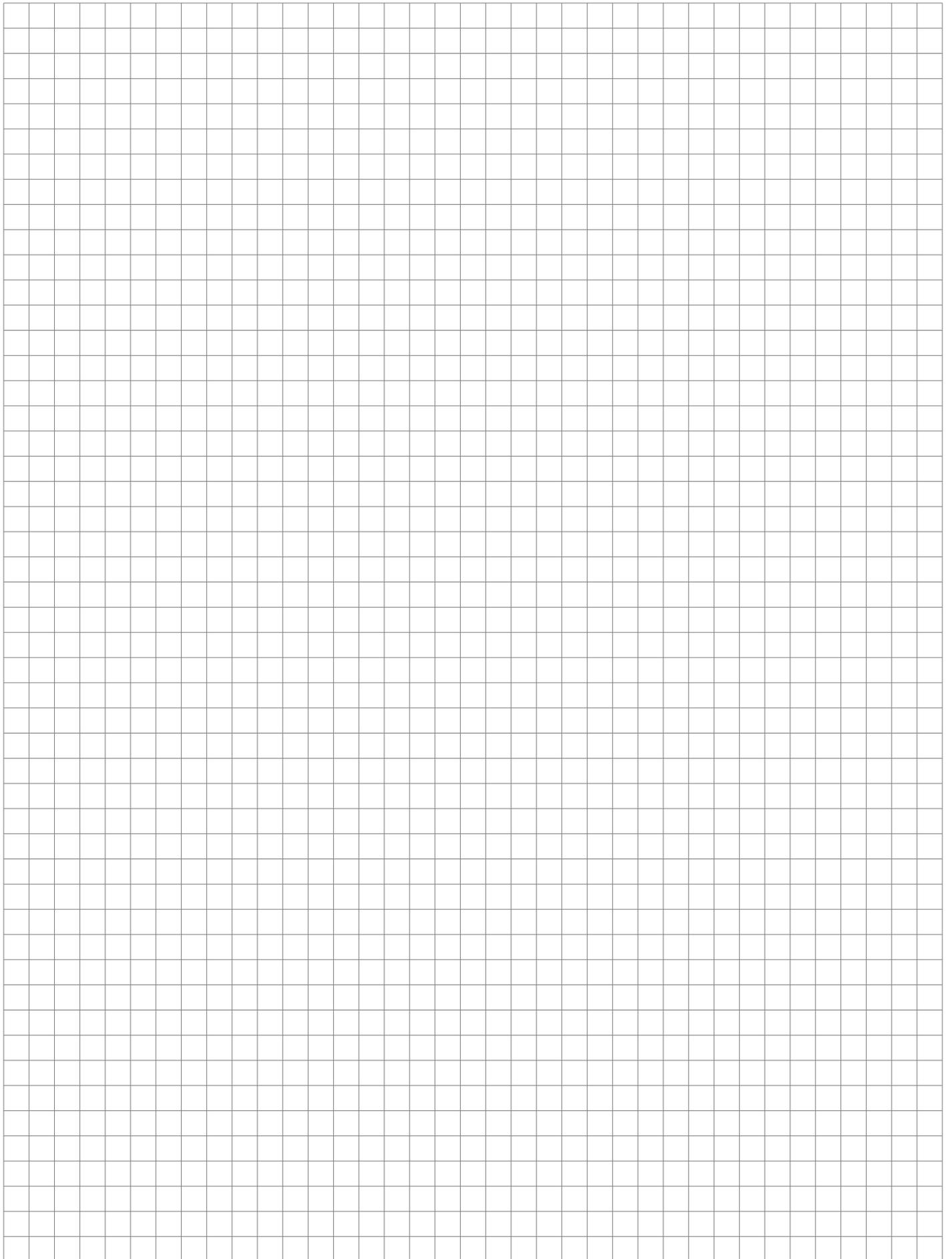
question 1

1. Définir $\mathbb{K}[u]$ pour $u \in \mathcal{L}(E)$.
2. Énoncer le théorème de décomposition des noyaux avec deux polynômes.
3. Donner deux conditions nécessaires et suffisantes de diagonalisabilité du chapitre Réduction (2).

question 2

1. Montrer que la série $\sum \frac{\sin(2^k)}{2^k}$ converge.
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $\left| \sum_{k=n+1}^{+\infty} \frac{\sin(2^k)}{2^k} \right| \leq \frac{1}{2^n}$.
3. En déduire une fonction Python pour le calcul d'une valeur approchée de $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\sin(2^k)}{2^k}$ à 10^{-p} près ($p \in \mathbb{N}$). Après l'import :
`import numpy as np`
vous avez `np.sin(x)` pour le calcul de $\sin(x)$.





Interrogation n°4 – sujet B

MP

lundi 30 septembre 2024

Nom et prénom / Note et commentaires :

question 1

1. Énoncer le théorème de Cayley-Hamilton.
2. Définir $\mathbb{K}[A]$ pour A matrice carrée. On note π_A le polynôme minimal de A . Donner une base de $\mathbb{K}[A]$ et sa dimension.
3. Donner deux conditions nécessaires et suffisantes de diagonalisabilité du chapitre Réduction (2).

question 2

1. Montrer que la série $\sum_{n \geq 2} \frac{(-1)^n}{\ln n}$ converge.
2. Compléter, en argumentant : $\left| \sum_{k=n+1}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{\ln k} \right| \leq \frac{1}{\dots}$ pour $n \geq 1$.
3. En déduire une fonction Python pour le calcul d'une valeur approchée de $\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{\ln(k)}$ à 10^{-p} près ($p \in \mathbb{N}$). Après l'import :
`import numpy as np`
vous avez `np.log(x)` pour le calcul de $\ln(x)$.



