

# Interrogation n°4 – sujet A

## MP

lundi 30 septembre 2024



---

Nom et prénom / Note et commentaires :

---

### question 1

1. Définir  $\mathbb{K}[u]$  pour  $u \in \mathcal{L}(E)$ .
2. Énoncer le théorème de décomposition des noyaux avec deux polynômes.
3. Donner deux conditions nécessaires et suffisantes de diagonalisabilité du chapitre Réduction (2).

### question 2

1. Montrer que la série  $\sum \frac{\sin(2^k)}{2^k}$  converge.
2. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $\left| \sum_{k=n+1}^{+\infty} \frac{\sin(2^k)}{2^k} \right| \leq \frac{1}{2^n}$ .
3. En déduire une fonction Python pour le calcul d'une valeur approchée de  $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\sin(2^k)}{2^k}$  à  $10^{-p}$  près ( $p \in \mathbb{N}$ ). Après l'import :  
`import numpy as np`  
vous avez `np.sin(x)` pour le calcul de  $\sin(x)$ .







