

Programme des colles MP
Semaine 21 : 18 au 22 mars 2024

1 Cours

Equations différentielles : chapitre « Révisions de MPSI » et chapitre de MP. Révisions sur les exponentielles de matrices.

2 Méthodes, exercices

- Bien connaître la structure de l'ensemble des solutions de $X' = A(t)X + B(t)$. Bien connaître le théorème de Cauchy linéaire pour $X' = A(t)X + B(t)$. Savoir passer les deux résultats précédents au cadre des équations différentielles scalaires d'ordre n .
- Pour une équation différentielle scalaire linéaire d'ordre 2, penser au wronskien pour caractériser une base, à partir de deux solutions de \mathcal{S}_H .
- Pour une équation différentielle scalaire linéaire d'ordre 2, savoir la remettre sous la forme :

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a(t) & b(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ c(t) \end{pmatrix}$$

et trouver une solution particulière par la méthode de la variation des constantes.

- Dans le cas du système différentiel homogène $X' = AX$, connaître la résolution avec exponentielle de matrice, ainsi que la résolution avec diagonalisation de A .

3 Questions de cours

1. Résoudre $(E) : y'' - 2y' + y = \frac{e^t}{1+t^2}$ (thème : variations des constantes).
2. Résoudre le système différentiel $\begin{cases} x_1' &= 3x_1 - 4x_2 \\ x_2' &= 2x_1 - 3x_2 \end{cases}$. On donne deux façons de faire (exponentielle, diagonalisation).
3. Rechercher les solutions de (E) développables en série entière, où

$$(E) : \quad tx'' + 2x' + tx = 0$$

Exemples d'exercices (en plus, pas spécifiquement au programme des khôlles, pour indication)

B.E.O. numéros 31, 32, 42, 74, 75.