

**Programme des colles MP**  
**Semaine 19 : 4 au 8 mars 2024**

## 1 Cours

Intégrales dépendant d'un paramètre : tout le chapitre.

## 2 Méthodes, exercices

- Tout exercice sur le chapitre Moments d'une variable aléatoire, tout particulièrement autour des fonctions génératrices (il faut savoir calculer rapidement la fonction génératrice d'une variable aléatoire de Bernoulli, binomiale, géométrique, de Poisson).
- Tout exercice sur le chapitre des intégrales dépendant d'un paramètre, ce qui est l'occasion de réviser le chapitre Intégrales généralisées.

## 3 Questions de cours

1. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{\pi/2} \sin^n(t) dt$ . Pourquoi ne pouvait-on pas appliquer le théorème d'interversion limite-intégrale du chapitre des convergences des suites de fonctions ?
2. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^n \left(1 - \frac{t}{n}\right)^n dt$ .
3. Montrer que  $\int_0^1 \frac{\ln t}{t-1} dt = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(n+1)^2}$ , puis que  $\int_0^1 \frac{\ln t}{t+1} dt = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$ .
4. Montrer que  $g : x \mapsto \int_0^{+\infty} e^{-t^2} \cos(xt) dt$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $\mathbb{R}$  et calculer sa dérivée.

---

**Exemples d'exercices (en plus, pas spécifiquement au programme des khôlles, pour indication)**

B.E.O. numéros 19, 25, 26, 27, (29), 30, 49, 50.