

Programme des colles MP
Semaine 17 : 5 au 9 février 2024

1 Cours

Endomorphismes d'un espace euclidien : tout le chapitre.

Séries entières : tout le chapitre.

2 Questions de cours

1. Selon le niveau, exercice à savoir refaire :

Élèves moins à l'aise :

Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R})$ et soit $B = A^\top A$. On munit $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ de son produit scalaire canonique.

- (a) Montrer que B est symétrique.
- (b) Montrer que $\text{Sp}(B) \subset \mathbf{R}^+$.
- (c) Montrer que $B = 0$ si et seulement si $A = 0$.
- (d) Montrer que $\ker A = \ker B$.
- (e) En déduire que $\text{rg}(A) = \text{rg}(B)$.

Élèves plus à l'aise :

Soit f un endomorphisme autoadjoint d'un espace euclidien.

On pose $\rho = \max\{|\lambda|, \lambda \in \text{Sp}(f)\}$. Montrer que $\rho = \|f\|_{\text{op}}$.

- 2. Les séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon de convergence.
- 3. Une série entière de rayon de convergence R est normalement convergence sur tout disque fermé de centre 0 et de rayon strictement inférieur à R .

Exemples d'exercices (en plus, pas spécifiquement au programme des khôlles, pour indication)

B.E.O. numéros 20, 21, 22, 23, 24, 47.