

Programme des colles MP
Semaine 16 : 3 au 8 février 2025

1 Cours

Intégrales dépendant d'un paramètre : tout le chapitre.

2 Méthodes, exercices

Tout exercice sur le chapitre des intégrales dépendant d'un paramètre, ce qui est l'occasion de réviser le chapitre Intégrales généralisées.

3 Questions de cours

1. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^n \left(1 - \frac{t}{n}\right)^n dt$. On doit présenter pour cela une suite de fonctions (f_n) sur \mathbb{R}^+ .
2. Rédiger le théorème d'intégration terme à terme pour $\sum_{n=0}^{+\infty} \int_0^1 (-1)^n x^{2n} (1-x) dx$, pour donner la valeur de $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)(2n+2)}$.
3. Montrer que $H : x \mapsto \int_0^{+\infty} \left(\frac{1-e^{tx}}{t}\right) e^{-t} dt$ est de classe \mathcal{C}^1 sur $] -\infty, 1[$ et calculer sa dérivée. En déduire $H(x)$ pour $x < 1$.

Exemples d'exercices (en plus, pas spécifiquement au programme des khôlles, pour indication)

B.E.O. numéros 25, 26, 29, 30, 49, 50 (fait en cours).